Modelos Macroeconómicos Estocásticos Estáticos Y Dinámicos

Fritz Alva

gianpier0297@gmail.com

27 de diciembre de 2019

Modelo Estático Con Información Imperfecta

- Se identifican dos tipos de shocks: de demanda y de oferta.
- Se desarrollará en una primera instancia un modelo de equilibrio parcial para después llegar a un panorama de equilibrio general en un entorno de información asimétrica.
- Se demostrará la razón de la curva de Phillips mediante la curva de Lucas en un sentido estocástico.
- Se explicará las razones de rigideces nominales tomando como referencia los costes de menú.

Modelo Estático Con Información Imperfecta

- Por el lado de la oferta, se tiene la función de producción:

$$Q_i = L_i$$

Maximizan el nivel de trabajo:

$$U_i = \frac{P_i L_i}{P} - \frac{1}{\gamma} L_i^{\gamma} \qquad \gamma > 1$$

Por tanto:

$$\boxed{L_i = \left(\frac{P_i}{P}\right)^{1/(\gamma - 1)}}$$

Modelo Estático Con Información Imperfecta

Log linealizando:

$$\boxed{\ell_i = \frac{1}{\gamma - 1}(p_i - p)}$$

- Por el lado de la demanda, se tiene la función del bien i:

$$q_i = y + z_i - \eta(p_i - p), \qquad \eta > 0$$

Definamos los siguientes promedios:

$$y = \bar{q}_i$$

$$p = \bar{p}_i$$

Modelo Estático Con Información Imperfecta

- La demanda agregada en equilibrio se define como:

$$y = m - p$$

- El equilibrio del mercado del bien i se representa por:

$$\frac{1}{\gamma - 1}(p_i - p) = y + z_i - \eta(p_i - p)$$

$$\boxed{p_i = \frac{\gamma - 1}{1 + \eta\gamma - \eta}(y + z_i) + p}$$

Esto implica que en términos de promedios se obtenga:

$$\boxed{p = \frac{\gamma - 1}{1 + \eta\gamma - \eta}y + p}$$

Modelo Estático Con Información Imperfecta

Por lo tanto se obtiene que:

$$\boxed{y = 0} \qquad \boxed{p = m}$$

Pero como en el mundo real existe incertidumbre, se plantea la siguiente hipótesis de información imperfecta:

$$\boxed{\ell_i = \frac{1}{\gamma - 1} E[r_i | p_i]}$$

Expectativas racionales (Lucas 1972).

De modo que el valor esperado del precio condicionado al precio del bien i adopta la forma de:

$$\boxed{E[r_i | p_i] = \alpha + \beta p_i}$$

Modelo Estático Con Información Imperfecta

Resolviendo se tiene que:

$$\boxed{E[r_i \mid p_i] = -\frac{V_r}{V_r + V_p}E[p] + \frac{V_r}{V_r + V_p}p_i = \frac{V_r}{V_r + V_p}(p_i - E[p])}$$

Sustituyendo, se tiene que la oferta laboral del individuo es:

$$\boxed{\ell_i = \frac{1}{\gamma - 1}\frac{V_r}{V_r + V_p}(p_i - E[p]) \equiv b(p_i - E[p])}$$

Por tanto, la curva de oferta de Lucas será:

$$\boxed{y = b(p - E[p])}$$

Modelo Estático Con Información Imperfecta

Despejando se tiene que:

$$p = \frac{b}{1+b}m + \frac{b}{1+b}E[p]$$

$$y = \frac{b}{1+b}m - \frac{b}{1+b}E[p]$$

Lo que implica que las ecuaciones de equilibrio sean:

$$\boxed{\begin{aligned} p &= E[m] + \frac{1}{1+b}(m - E[m]) \\ y &= \frac{b}{1+b}(m - E[m]) \end{aligned}}$$

Modelo Estático Con Información Imperfecta

- La curva de Phillips y la críticas de Lucas.

Se tiene que la oferta monetaria sigue un random walk with drift:

$$m_t = m_{t-1} + c + u_t$$

Esto implica que:

$$p_t = m_{t-1} + c + \frac{1}{1+b} u_t$$

$$y_t = \frac{b}{1+b} u_t$$

Modelo Estático Con Información Imperfecta

La curva de Phillips será:

$$\pi_t = (m_{t-1} - m_{t-2}) + \frac{1}{1+b}u_t - \frac{1}{1+b}u_{t-1}$$

$$= c + \frac{b}{1+b}u_{t-1} + \frac{1}{1+b}u_t$$

Es probable que las expectativas influyan en muchas de las relaciones entre variables agregadas y hay motivos para pensar que los cambios de política afectan a tales expectativas. En consecuencia, los cambios de política económica pueden modificar las relaciones agregadas. Resumiendo, si el gobierno intenta sacar partido de las relaciones estadísticas, puede ocurrir que el mecanismo de las expectativas invalide esas relaciones. Ésta es la famosa crítica de Lucas (Lucas, 1976).

Rigidez nominal

- Rigideces nominales:

$$\pi_i = Y\left(\frac{P_i}{P}\right)^{-\eta}\left(\frac{P_i}{P} - Y^{1/\nu}\right) = \frac{M}{P}\left(\frac{P_i}{P}\right)^{1-\eta} - \left(\frac{M}{P}\right)^{(1+\nu)/\nu}\left(\frac{P_i}{P}\right)^{-\eta}$$

Por tanto las empresas que mantiene fijos sus precios enfrentan la siguiente función de beneficio:

$$\pi_F = \frac{M}{P} - \left(\frac{M}{P}\right)^{(1+\nu)/\nu}$$

Mientras que las empresas que ajustan sus precios enfrentan:

$$\pi_A = \frac{M}{P}\left(\frac{\eta}{\eta-1}\right)^{1-\eta}\left(\frac{M}{P}\right)^{(1-\eta)/\nu} - \left(\frac{M}{P}\right)^{(1+\nu)/\nu}\left(\frac{\eta}{\eta-1}\right)^{-\eta}\left(\frac{M}{P}\right)^{-\eta/\nu}$$

$$= \frac{1}{\eta-1}\left(\frac{\eta}{\eta-1}\right)^{-\eta}\left(\frac{M}{P}\right)^{(1+\nu-\eta)/\nu}$$

Rigidez Nominal

Calculemos el grado de rigidez.

Se debe comprobar que el incentivo que tiene la empresa de ajustar sus precios es aproximadamente igual a la cuarta parte de sus ingresos por ello no hay un valor razonable de costo de menú que haga cambiar de decisión a la empresa.

Modelo Clásico con Dinero Dinámico Estocástico

- El desarrollo del modelo plantea la obtención de las ecuaciones de equilibrio en los distintos mercados analizados, generando así un entorno de equilibrio general teniendo en cuenta un panorama de incertidumbre en todos los mercados para todos los instantes de tiempo.
- Se busca explicar los efectos que genera las aplicaciones de política monetaria dentro de la economía, así como también evidenciar la ausencia del efecto liquidez mediante el uso del principio de Taylor.

Modelo Clásico con Dinero Dinámico Estocástico

- Hogares, maximizar:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \, U(C_t, N_t)$$

Sujeto a

$$P_t \, C_t + Q_t \, B_t \leq B_{t-1} + W_t \, N_t - T_t$$, para todo t=0,1,2…

Se satisface la condición prohibitoria de juegos tipo Ponzi:

$$\lim_{T \to \infty} E_t\{B_T\} \geq 0$$

Modelo Clásico con Dinero Dinámico Estocástico

- Consumo y oferta laboral óptimos:

$$\boxed{-\frac{U_{n,t}}{U_{c,t}} = \frac{W_t}{P_t}}$$

$$\boxed{Q_t = \beta\, E_t \left\{ \frac{U_{c,t+1}}{U_{c,t}} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right\}}$$

Si:

$$U(C_t, N_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi}.$$

Modelo Clásico con Dinero Dinámico Estocástico

Remplazando y log – linealizando:

$$\boxed{w_t - p_t = \sigma\, c_t + \varphi\, n_t}$$

$$\boxed{c_t = E_t\{c_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma}\,(i_t - E_t\{\pi_{t+1}\} - \rho)}$$

Donde:

$$i_t \equiv -\log Q_t,\ \rho \equiv -\log \beta$$

Definimos la demanda por saldos reales en su forma log - lineal:

$$\boxed{m_t - p_t = y_t - \eta\, i_t} \qquad \eta \geq 0$$

Modelo Clásico con Dinero Dinámico Estocástico

- Firmas, cuya función de producción:

$$Y_t = A_t \, N_t^{1-\alpha} \qquad\qquad a_t \equiv \log A_t$$

Donde a_t evoluciona exógenamente de acuerdo a un proceso estocástico.

Las firmas maximizan:

$$P_t \, Y_t - W_t \, N_t$$

El resultado en términos óptimos log - linealizados:

$$\boxed{w_t - p_t = a_t - \alpha \, n_t + \log(1 - \alpha)}$$

Modelo Clásico con Dinero Dinámico Estocástico

- Equilibrio, condición de vaciado de mercados:

$$y_t = c_t$$

Los "niveles" de equilibrio del out put y el empleo son determinados por el "nivel" de tecnología:

$$\boxed{n_t = \psi_{na}\, a_t + \vartheta_n}$$

$$\boxed{y_t = \psi_{ya}\, a_t + \vartheta_y}$$

Donde:

$$\psi_{na} \equiv \frac{1-\sigma}{\sigma(1-\alpha)+\varphi+\alpha}, \qquad \vartheta_n \equiv \frac{\log(1-\alpha)}{\sigma(1-\alpha)+\varphi+\alpha}, \qquad \psi_{ya} \equiv \frac{1+\varphi}{\sigma(1-\alpha)+\varphi+\alpha},$$

$$\vartheta_y \equiv (1-\alpha)\vartheta_n.$$

Modelo Clásico con Dinero Dinámico Estocástico

- Por tanto la tasa de interés real de equilibrio, y el salario real:

$$\boxed{\begin{aligned} r_t &= \rho + \sigma \; E_t\{\Delta y_{t+1}\} \\ &= \rho + \sigma \psi_{ya} \; E_t\{\Delta a_{t+1}\}. \end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \omega_t &= a_t - \alpha \; n_t + \log(1-\alpha) \\ &= \psi_{\omega a} \; a_t + \vartheta_\omega \end{aligned}}$$

Donde:

$$\psi_{\omega a} \equiv \frac{\sigma+\varphi}{\sigma(1-\alpha)+\varphi+\alpha} \qquad \vartheta_\omega \equiv \frac{(\sigma(1-\alpha)+\varphi)\log(1-\alpha)}{\sigma(1-\alpha)+\varphi+\alpha}.$$

Modelo Clásico con Dinero Dinámico Estocástico

- Política monetaria y determinación del nivel de precios
  - Un camino exógeno para la tasa de interés nominal

$$p_{t+1} = p_t + i_t - r_t + \xi_{t+1} \qquad E_t\{\xi_{t+1}\} = 0$$

$$m_t = p_t + y_t - \eta\, i_t .$$

Por lo tanto la oferta monetaria heredará la indeterminación de los precios.

  - Regla de la tasa de interés basada en la inflación:

$$i_t = \rho + \phi_\pi\, \pi_t \qquad \phi_\pi \geq 0.$$

Modelo Clásico con Dinero Dinámico Estocástico

Combinando con la regla de Fisher y resolviendo con expectativas forward – looking.

Caso 1: $\phi_\pi > 1$

$$\pi_t = \sum_{k=0}^{\infty} \phi_\pi^{-(k+1)} E_t\{\widehat{r}_{t+k}\}.$$

Si la tecnología sigue un proceso AR(1) estacionario:

$$a_t = \rho_a \, a_{t-1} + \varepsilon_t^a$$

Entonces la inflación será:

$$\boxed{\pi_t = -\frac{\sigma \psi_{ya}(1-\rho_a)}{\phi_\pi - \rho_a} a_t .}$$

Modelo Clásico con Dinero Dinámico Estocástico

Caso 2: $\phi_\pi < 1$

$$\pi_{t+1} = \phi_\pi \, \pi_t - \widehat{r}_t + \xi_{t+1} \qquad E_t\{\xi_{t+1}\} = 0$$

- Un camino exógeno para la oferta monetaria:

$$p_t = \left(\frac{\eta}{1+\eta}\right) E_t\{p_{t+1}\} + \left(\frac{1}{1+\eta}\right) m_t + u_t$$

Donde:

$$u_t \equiv (1+\eta)^{-1}(\eta \, r_t - y_t)$$

Modelo Clásico con Dinero Dinámico Estocástico

Resolviendo y asumiendo que la elasticidad de la tasa de interés es positiva:

$$\boxed{p_t = \frac{1}{1+\eta} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{\eta}{1+\eta} \right)^k E_t \{m_{t+k}\} + u'_t}$$

Donde:

$$u'_t \equiv \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{\eta}{1+\eta}\right)^k E_t \{u_{t+k}\}$$

Podemos expresar el resultado anterior en términos de tasas de crecimiento:

$$\boxed{p_t = m_t + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\eta}{1+\eta} \right)^k E_t \{\Delta m_{t+k}\} + u'_t.}$$

Modelo Clásico con Dinero Dinámico Estocástico

Esto implica que la tasa de interés nominal:

$$\boxed{\begin{aligned} i_t &= \eta^{-1}\left[y_t - (m_t - p_t)\right] \\ &= \eta^{-1}\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{\eta}{1+\eta}\right)^k E_t\{\Delta m_{t+k}\} + u_t'' \end{aligned}}$$

Donde:

$$u_t'' \equiv \eta^{-1}(u_t' + y_t)$$

Consideremos el caso donde el crecimiento de la oferta monetaria sigue el siguiente proceso AR(1):

$$\Delta m_t = \rho_m \, \Delta m_{t-1} + \varepsilon_t^m.$$

Modelo Clásico con Dinero Dinámico Estocástico

Esto implica que el nivel de precios y la tasa de interés nominal:

$$\boxed{p_t = m_t + \frac{\eta \rho_m}{1 + \eta(1 - \rho_m)} \Delta m_t .}$$

$$\boxed{i_t = \frac{\rho_m}{1 + \eta(1 - \rho_m)} \Delta m_t}$$

Se comprueba la ausencia del efecto liquidez.

Referencias:

- Jordi Galí, 2008. Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle, Princeton University Press.
- Romer: David Romer, 1996. Advanced Macroeconomics, McGraw-Hill.
- Cooley, Thomas F., and Gary D. Hansen (1989): “Inflation Tax in a Real Business Cycle Model,”American Economic Review.
- King, Robert G., and Mark Watson (1995): “Money, Prices, Interest Rates, and the Business Cycle,”Review of Economics and Statistics.